

コンクールへの参加

70 - 1 2005年数学コンク - ル

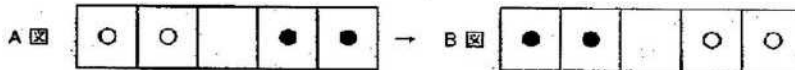
8月14日(日)名古屋大学で実施され、本校から2人の生徒が参加した。5時間以上の長丁場であったが、真剣に取り組めた。後述するアンケートからもわかるが、2人とも難問に苦労しながらも、充実した時間が過ごせたことがうかがえる。

ア 2005年日本数学コンク - ル

(ア) 問題1「白と黒の引っ越し」

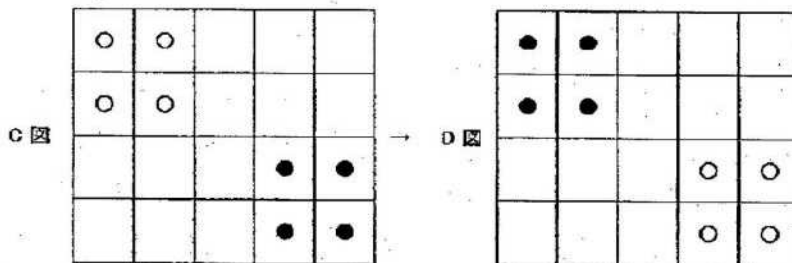
問題1.「白と黒の引っ越し」

(1) 白、黒それぞれ2個の碁石が、A図の様に直線上に5個のマスに並べられています。



- ①白も黒も1マスずつ進み、同じマスには1個しか入れない。(交互でなくてもよい)
- ②異なる色の碁石は1つだけは跳び越えて、2マス先に進むことも出来る。
というルールでB図の状態になるまでの最少回数と、移動の手順を書きなさい。
隙間は1個のままで、白m個、黒n個を増やすと最少回数は何回ですか。またそれはどうしてですか。

(2) 今度は、白、黒それぞれ4個の碁石がC図のように正方形状に並べられています。



- ①白も黒も上下左右に1マスずつ進み、同じマスには1個しか入れない。
(交互でなくてもよいが、斜めには進めない)
 - ②異なる色の碁石を1つだけ跳び越えて、2マス先に進むことも出来る。
というルールでD図の状態になるには10回では出来ないことを示してください。
また20回でも無理なことを示してください。
- (3) (2)での出来るだけ少なくてすむ回数を求めてください。またその手順を配布される用紙に書いてみてください。



参加者



日本数学コンクール会場

(イ) 問題2「自然数の三角形」

古代エジプト人たちは、辺の長さの比が3:4:5の三角形を用いて直角を作り、土地の測量に利用しました。

自然数 x, y, z ($z > x, y$) が直角三角形の三辺になるための条件は、ピタゴラスの定理より

$$x^2 + y^2 = z^2 \quad \text{—————①}$$

ですが、古代バビロニア人たちはこの方程式を次のようにして解いたと考えられています。

1) ①は $z^2 - y^2 = x^2$ と同じことであり、

さらに

2) $u = \frac{z}{x}, v = \frac{y}{x}$ とおくと

$$u^2 - v^2 = 1 \quad \text{—————②}$$

3) ②を $(u+v)(u-v)=1$ の形に書くと $u+v$ と $u-v$ は互いに他の逆数だから

$$u+v = \frac{p}{q}, u-v = \frac{q}{p} \quad \text{—————③}$$

4) ③を u と v についての連立方程式として解くと

$$u = \frac{1}{2} \left(\frac{p}{q} + \frac{q}{p} \right) = \frac{p^2 + q^2}{2pq}$$

$$v = \frac{1}{2} \left(\frac{p}{q} - \frac{q}{p} \right) = \frac{p^2 - q^2}{2pq}$$

これより $x:y:z = 2pq:(p^2 - q^2):(p^2 + q^2)$

さて、直角ではなく 60° を作るには、辺の長さの比がどのような三角形を用いればよいのでしょうか。ただし辺の長さはすべて自然数とします。

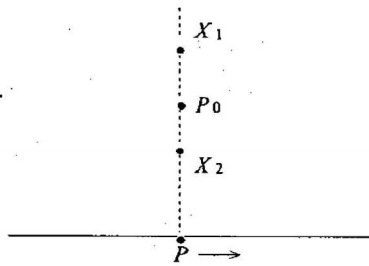
(ウ) 問題3「月の追跡」

問題3. 「月の追跡」

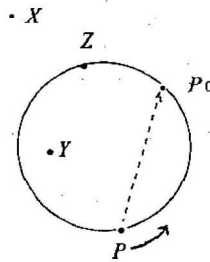
月夜に歩いていてふと見上げると月と一緒に付いてくるように見えます。また列車の車窓から眺める雲は列車の進行と同じ方向に動いて見えます。もちろん前に歩けば足下の草木は後ろに下がり、車窓から見る線路近くの電柱は飛ぶように後退しています。これらの体験は、遠くにある物体は同じ方向に動き、近くにある物体は逆方向に動くように見えることを教えてくれます。

視線をある定点 P_0 に向けながら動いた時、他の物体 X の動きがどのように見えるかを数学的に調べてみましょう。

- (1) 直線上の点 P から垂線上の P_0 に視線を向けて、直線上を右側に直進したとき、 X_1 の位置にある物体は前進して見え X_2 にある物体は後退して見えることを説明しなさい。



- (2) 今度は円周上の点 P_0 に視線を向けて、周上を P が動いたとき、円外の物体 X は同じ方向に動いて見え、円内の物体 Y は逆方向に動いて見えること、特に、円周上の物体 Z は止まって見えることを説明しなさい。



- (3) (1) の状況で、同じ方向に動いて見える物体の位置をすべて求めなさい。

イ 参加生徒のアンケートより抜粋

(ア) 問題について

- ・問題 「白と黒の引越し」について・・・じゅうぶん楽しんで取り組めた。
- ・問題 「月の追跡」について・・・ポイントは把握できたが、証明についてはじゅうぶん出来たかどうかは不安であった。
- ・日頃扱ったことのない問題ではあったが、楽しく取り組めた。
- ・一見数学とは関係ないような問題で戸惑った。

(イ) コンクールを受けて良かったこと

- ・普段の単調な数学とは違った楽しい数学の時間が過ごせた。
- ・いろいろな方向から1つの問題に取り組めるようになった。
- ・日常生活にかなり近いところにある問題であったので、今後もそのような身近な数学とつきあっていきたい。
- ・脳のよいリフレッシュになったように感じた。

(ウ) その他何か考えたこと、思ったこと。

- ・日常生活の中にも、数学と関連のある現象がいろいろあることを知った。
- ・多くの生徒にもっと積極的に参加して欲しかった。(今年度は2名の参加であった。)