

スーパーサイエンス概論（第2回特別講義、数学）

研究開発の概論

研究開発の経緯

- (1) 準備.....名古屋大学に特別講義を依頼。土屋教授が担当していただけることが決定。
- (2) 打合せ.....5月、7月に名古屋大学に伺い、講義内容・事前指導等について打合せる。
- (3) 事前指導.....特別講義のための「場合の数」についての発展問題、理科スーパーサイエンスの補助のために指数・対数の分野を事前学習する。
- (4) 事業実施.....特別講義「無限を数える」を実施する。
- (5) 事後指導.....講義後質問のある生徒が残り、土屋教授と積極的に語る。
- (6) 評価方法.....事前学習、講義に臨む態度等をもとに総合的に評価する。なお講義後実施した、特別講義の内容に対するテストも評価の観点の一つとした。

研究開発の内容

- (1) 実施目的
 - ア 普通科第1学年の全生徒を対象として高度な数学の一端に触れ、数学への興味を深める。
 - イ 数学が得意な生徒については、数学への関心を一層高めさせる。
 - ウ 自ら考え、学ぼうとする姿勢を身につけさせる。

- (2) 実施内容

- ア 事前学習

- (ア) 数えあげ

今回の特別講義のテーマが「数える」ということであるため、すでに「場合の数」を学習の際には教科書・問題集に無いような、より高度な問題を独自のプリントを作成し学習した。さらに、特別講義が9月末にあるため、2学期に入ってから、さらに発展した様々な問題に取り組んだ。完全順列・数列的な考え方を使った場合の数などの問題も含め、高度なプリントを作成し、特別講義に対応できるように、思考を要する問題に取り組んだ。（下記はプリントの内容の一部）

- ① 段の数が7の階段がある。この階段を上るとき、一足で一度に3段まで上がることができる。この階段を上がりきるのに何通りの方法があるか。
- ② (1) 1, 2, 3, 4, 5を一行に並べる。k番目に数字kがこないような並べ方は何通りあるか。
(2) 1から8までの数字を一行に並べる。k番目に数字kがこないような並べ方は何通りあるか。
- ③ 男5人と女7人が一人ずつ順に教室に入るのに、いつ教室に入っても男の数が女の数より多くはならないようにする。このような入り方は何通りあるか。ただし、男・女は区別するが、人までは区別しない。
- ④ $6n$ 個の玉の全てを3つの袋A, B, Cに分けて入れる。この時玉は区別しない。また、空の袋があってもよいものとする。A, B, Cに入れる玉の数をそれぞれx, y, zとするとき、 $x > y > z \geq 0$ を満たす入れ方は？

(イ) 理科スーパーサイエンス補助のための指数・対数を学習

半減期などの計算等でどうしても指数対数の概念は欠かせない。そのため2年生で学習する予定のこの分野を1年生に対して独自のプリントを作成し、定着させた。

イ 特別講義

(ア) 日程

9月30日(火) 1年1・4・7組(120人)対象
10月1日(水) 1年3・6・9組(120人)対象
10月3日(金) 1年2・5・8組(120人)対象
3日とも12:55~15:05の120分間(途中休憩10分)

(イ) 講演者

名古屋大学大学院多元数理科学研究科教授 土屋昭博氏

(ウ) 講義内容

- a エネルギーが整数値 $0, 1, 2, \dots$ かつ、同じ状態に何個でも入れるボーズ粒子において、全エネルギーが $0, 1, 2, \dots$ となる具体的な組み合わせから始め、生成関数を作り一般化を考える。
- b ヤング図形を導入し、ボーズ粒子の組み合わせと1対1の対応がつくことを導く。
- c エネルギーが半整数値 $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$ かつ、同じ状態に1個の粒子しか入れない粒子と反粒子が対生成するフェルミ粒子の玉入れゲームから発展して、全電荷0のフェルミ粒子の全エネルギーが $0, 1, 2, \dots$ となる組合せとヤング図形が1対1に対応することを証明し、フェルミ粒子の生成関数がボーズ粒子と同じことを示す。
- d すべての全電荷のフェルミ粒子の生成関数を2通りで求めることにより、ヤコビの3重積公式にたどり着くことを紹介する。



(I) 質問演習

全体が解散後、質問のある生徒は残って教授を囲む。

ウ 特別講義に対する評価テスト(20分間)

講義の内容をどれだけ理解したか、そして自分なりに発展させることができたかを問うためのテストを特別公演後、授業にて実施した。そしてSSHの評価の一部として利用する。

(テストの内容)

1. ボーズ粒子(玉入れゲーム)において、全エネルギーが4の場合を考える。
エネルギー1の粒子、エネルギー2の粒子、エネルギー3の粒子、.....を
それぞれのカゴに入れていくとき、配置の数(方法)は何通りあるか。
 2. 問題1において、全エネルギーが7の場合を考える。
ボーズ粒子の配置の方法は何通りあるか?
 3. 次の2つの性質を持つようなツッサー粒子を考える。
 - ・エネルギーは、整数値 $1, 2, 3, 4, \dots$ をとる。
 - ・同じエネルギーの状態には、2個まで入ることができる。
- (1) 生成関数 (q) を求めよ。
(2) 全エネルギーが7となる組み合わせ(配置の数)は何通りあるか?

(テストに取り組む1年生)



エ スーパーサイエンス(数学)に対するアンケートの実施

- (ア) 数学のスーパーサイエンス全般にわたって生徒にアンケートを取る。
- (イ) 特別講演をしていただいた土屋教授にも、講演の内容のアンケートを依頼する。
- (ウ) 特別講演を聴いた教員にアンケートを依頼する。

実施の効果とその評価

(1) 事業実施による成果

ア 特別講演

- (ア) 普通科高校1年生全員を対象の中心としたため、数学という教科の関係上、内容の設定にはかなり制約があった。数学を苦手とする生徒もいるが、教授の工夫で簡単な演習から始めていただいたおかげもあり、かなりの生徒がほぼ最後までついてくることのできた。日頃学校で学ぶ数学とは大幅に異なった分野であり、大学教授の直接の指導ということもあり、効果が大きかった。土屋教授は生徒の中に入り込み積極的に指導されたこともあり、数学に対して生徒は強い印象を持った。また、土屋教授は一宮高校の卒業生でもあるため、当時の思い出や、勉強の仕方なども最初に話していただいたため、生徒は講義に素直に入っていくことができた。そして何より、「何も覚えなくてもよい。今日の講義を楽しもう」というスタンスが徹底されていたため、リラックスして聴くことができた。



- (イ) 特別講演終了後、質問のある生徒は残って土屋教授と話す機会を与えられた。各回、15名程度の生徒が積極的に残り、教授をつかまえて離さなかった。教授も黒板を使い丁寧に説明され、残った生徒はかなり満足した様子であった。さらに意欲のある生徒は黒板を使ってお互いに説明をしてみたり、翌日も講義の内容の話題をしたりして理解を深めた。



- (ウ) 教師側も今まで蓄積のない新しい分野であるため生徒と同じ立場であり、真剣になって講義を受けた。後日確認のテストをすることもあり、何となく理解するだけでは済まないため、講義後もその話題で持ちきりであり、よい研修となった。また、専門が数学以外の教員も多数聴講し、興味深く聞くことができた。

イ 事前学習

- (ア) 数え上げの問題はやや高度ではあるが、かなりの生徒がついてくることができた。数列を用いた方法や完全順列などは相当高度な内容が要求されるため全員の定着は苦しいが、頑張っついて行こうとする姿勢が見られた。また独自に用意した様々なプリントをこなすことによって、場合の数の数え方の色々な方法を理解することができた。そして何より、自分で法則を見つけて求めようとする力、具体的な値で実験をしてみてそれを一般的なところまで拡大して考えようとする生徒を増やすことができた。
- (イ) 最先端の研究所の視察が11月7日(金)に予定されており、半減期の話を理解するために指数対数の学習をすることは効果があると思われる。また、理科の特別講義・事前学習においても指数を用いた理論が展開されることもあり役立つ。

(ウ) 量子統計の初歩を解説したプリントを生徒に配付。特別講義の後、それがどのように使われるかを理解できた生徒も何人かいたと思われる。

(2) アンケートからみた評価

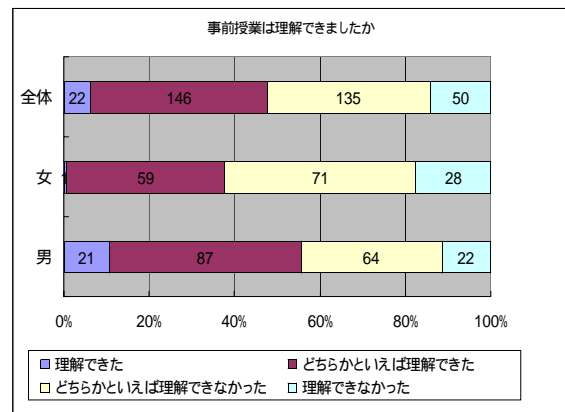
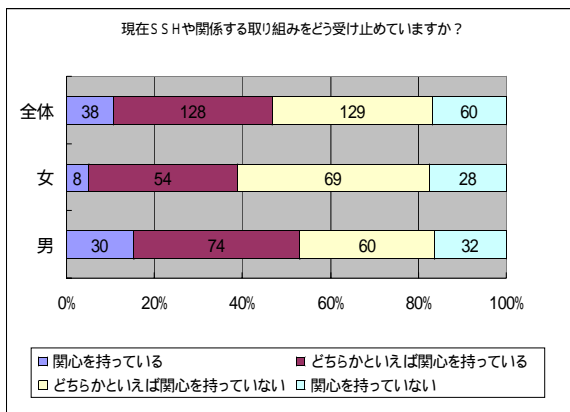
ア 生徒へのアンケート

(ア) 現在あなたはスーパーサイエンスや関係する取り組みをどう受け止めていますか？

関心を持っている.....男 30、女 8、計 38 (10.7%)
 やや関心を持っている...男 74、女 54、計 128 (36.1%)
 やや関心がない.....男 60、女 69、計 129 (36.3%)
 関心がない.....男 32、女 28、計 60 (16.9%)

(イ) 事前授業は理解できましたか？

理解できた.....男 21、女 1、計 22 (6.2%)
 まあまあ理解できた.....男 87、女 59、計 146 (41.4%)
 あまり理解できない.....男 64、女 71、計 135 (38.2%)
 理解できない.....男 22、女 28、計 50 (14.2%)



(ウ) 講義は面白かったですか？

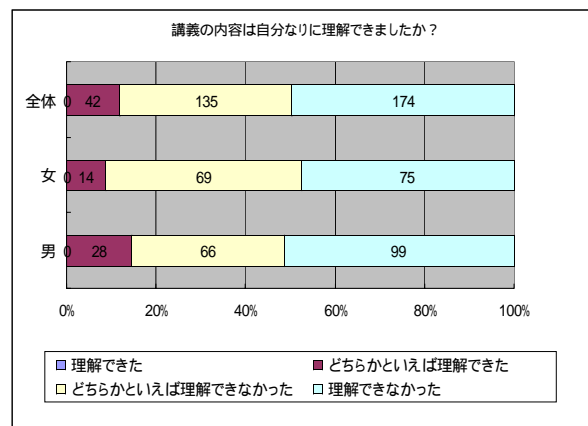
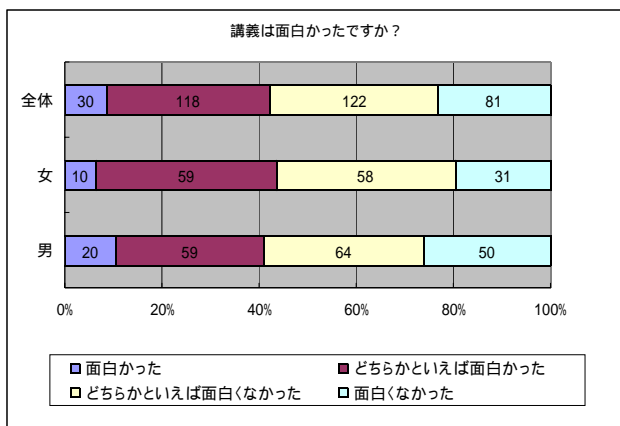
面白い.....男 20、女 10、計 30 (8.5%)
 やや面白い.....男 59、女 59、計 118 (33.6%)
 やや面白くない.....男 64、女 58、計 122 (34.8%)
 面白くない.....男 50、女 31、計 81 (23.1%)

(イ) 講義で取り扱った内容は高度であったと思いますか？

そう思う.....男 166、女 130、計 296 (84.3%)
 ややそう思う.....男 24、女 24、計 48 (13.7%)
 あまり思わない.....男 2、女 4、計 6 (1.7%)
 思わない.....男 1、女 0、計 1 (0.3%)

(オ) 講義の内容は自分なりに理解できましたか？

理解できた.....男 0、女 0、計 0 (0.0%)
 やや理解できた.....男 28、女 14、計 42 (12.0%)
 やや理解できない.....男 66、女 69、計 135 (38.5%)
 理解できない.....男 99、女 75、計 174 (49.6%)



(カ) 特別講義に対する印象

大学の講義に圧倒されたという印象が多かった。以下は生徒の感想の抜粋である。

- ・もっと厳しいと思ったけれど、1つ1つ説明が丁寧だった。
- ・エネルギーの粒子の数を数えるのが楽しかった。
- ・無限は数えられるかもしれないことがわかった
- ・講義の後質問をする人が多くて、びっくりした。
- ・事前授業をきちんと理解しておかないといけないということが分かった
- ・3種類の粒子の不思議な関係を学び、数学って神秘だなと思った。

(キ) その他スーパーサイエンス（数学）に関する記述

以下は生徒の記述の抜粋である。

- ・いい緊張感の中、講義が聴けた
- ・抽象過ぎてわかりにくかったけれど、すばらしく広い世界を垣間見たと思う。
- ・事前学習は場合の数の理解が深められ有意義だった
- ・大学の勉強に触れられ自分的にはとてもよいものだった。
- ・よく分からないことを楽しく教えてもらってよかった
- ・事前準備をやっていなかったら、半分も理解できなかったらう
- ・隣の子と話し合い、考え合うとき、自分が難しい勉強をやっている気分で楽しかった。また受けたい。

イ 講師の土屋教授へのアンケート

生徒たちにとって講義の内容は興味を持てるものであった。どちらかと言えば理解できた方ではないかと思われる。また、生徒の質問の内容は、かなりの的を射たものであったし、積極的であった。当初計画していたねらいを達成できたと思うという返事をいただいた。

ウ 教員へのアンケート

ほとんどの教員が内容は高度であるが面白かったとしている。また、生徒たちの質問は、的を射たものであり、積極的であったという回答が多かった。このアンケートからも講義のねらいを達成できたと思われる。今回のように、ゲーム感覚があり、興味関心を高められ知的好奇心をくすぐる、そして厳密性は求めず証明にこだわらないといった流れがあるとよいという結果が出た。

(3) 特別講義に対するテストの結果

ア 結果

1問10点で採点をした。講義の内容をほとんど完全に理解していないと解けないはずの、問3(1)の生成関数の問題も完答した生徒もいたのには教員側も驚かされた。

かなりの生徒が、ボーズ粒子の配置問題までは理解していたが、生成関数という高校では難解な分野になると理解している生徒は少なかった。

イ 得点・平均点

40点満点で採点し、平均が19.7点。満点の生徒もいたこともあり、まずまずの結果であったと思われる。

(4) その他の成果

ア 特別講義実施時、数学に興味のある生徒2名の申し出により、土屋教授と昼食を一緒に取ることを許可される。10月3日、校長室にて食事をしながら歓談。今後読んでおくとよい本を紹介してもらったり、世界の数学の動き、そして数学以外の教科の必要性までもアドバイスを受けた。このように、数学に秀でた生徒に対してはさらなる刺激を与えることができた。

研究開発実施上の問題点及び今後の研究開発の方向

(1) 教材について

数学という教科の特性上、全員が理解できるという条件付きの教材の選択ははきわめて困難である。また、できても単発の内容が多く、次年度に引き続き研究を重ねるとはさらに難しい。今年度を終えて、来年度どのような教材を選択するかが大きな問題である。

(2) 大学との連携について

大学の教授との連絡は電子メールが主であるが、やはり直接足を運んで事前の打ち合わせを密にする必要がある。また事前学習を徹底していくためにも、早い時期で担当していただける講師の先生と講演内容を把握したい。

(3) 評価方法について

前述したが、評価は事前学習および特別講義の態度・理解度・興味関心などや、特別講義後に行った確認テストなどを含め総合的に評価をした。