

## 1.2 科学大好きプラン（数学）

### （名古屋大学数学アゴラと一宮高校SSH特別講義）

#### (1) 仮説

平成16年度名古屋大学数学アゴラ（夏季集中コース）

・身近な数学から出発して、最先端の研究がどのように行われているか知る。

一宮高校SSH特別講義

・整数の持つ興味深い性質について考えることで、整数論の一端を知る。

#### (2) 研究の方法および内容

##### ア 対象生徒

3年生2名、2年生1名 合計3名

##### イ 実施日程

平成16年8月9日～11日（3日間）；名古屋大学大学院多元数理科学研究科

##### ウ 実施内容

##### (ア) 平成16年度名古屋大学数学アゴラ（夏季集中コース）

「漸化式から力学系へ」、「可換代数とイデアル」、「幾何学と代数学との出会い」、「ハウスドルフ次元について（複雑な図形の大きさを測る）」の4つの講義が3日間に亘って実施された。（講義形式）

##### a 「漸化式から力学系へ」川平友規助手

漸化式に対して、その点列を数直線上にとることで、その軌道 (orbit) を調べる。その際漸化式に対して関数を対応させて、考えることを力学系 (dynamical system) と呼ぶ。これを発展させることで、実数  $\mathbb{R}$  上の力学系をウェブ・ダイアグラム (webdiagram) を用いてグラフ解析 (graphical analysis) する方法を学ぶ。すると、実数全体だけでは議論できない事態が起こる。そこで無限遠点を導入することで、実メビウス変換による力学系について考え、特性方程式を用いてその分類する方法を学ぶ。さらに発展させて、リーマン球面と複素力学系についても紹介された。その際複素関数  $f(z) = z^2 + c$  について、そのジュリア集合 (Julia set) あるいはマンデルブロー集合 (Mandelbrot set) について紹介され、その形の自己相似性 (フラクタル性) について、コンピュータグラフィックを用いて解説された。

##### b 「可換代数とイデアル」吉田健一助教授

フェルマーの最終定理を足がかりに、因数分解の一意性から、整数環を定義して、イデアルが紹介された。さらに多項式環のイデアルについても述べられた。因数分解という高校生にはなじみのある内容から、厳密な議論（環とくに体でない環上での因数分解）をしてイデアルの有義性が語られるとともに、イデアル論は代数幾何学やホモロジー代数を経て可換環論として発展し、物理学など他分野と関わりがある現状が紹介された。

##### c 「幾何学と代数学との出会い」伊藤由佳里講師

家紋という身近な図形の対称性から群やその位数について定義し、いろいろな線型群について紹介された。さらに結晶点群についても述べられ、正多面体や化学で扱う結晶格子とのかかわりについて生徒は興味深く聞いていた。また、エッシャーの絵に潜む図形の単純化（実は正三角形がモチーフ）や、不斉合成でノーベル化学賞を受賞された野依良治教授の表彰状に描かれた鏡像対称な2つの巻き貝についての話題など高校生にもなじみ深い内容であった。

##### d ハウスドルフ次元について（複雑な図形の大きさを測る）」鈴木紀明助教授

スペインとポルトガルの国境に長さは、スペインの百科事典によると987キロメートル、ポルトガルの百科事典によると1214キロメートル。この違いがどこから

くるのかという素朴な疑問から、曲線の長さや面積はどのようにして考えられるのか、紹介されました。その際ハウスドルフ測度とハウスドルフ次元を定義して、いろいろな図形（関数）のハウスドルフ次元（線分、正方形、ワイエルシュトラウス関数、高木関数、コッホ曲線マンデルブロー集合の境界）についてわかりやすく解説されました。さらに、コンパス次元についても触れられ、先の国境線の長さの違いの答えを明確に述べられました。

(イ) 一宮高校SSH特別講義；担当 松本耕二教授

整数のもつ興味深い性質について考え、整数論の一端を知る。(演習形式) 以下のよう内容について考えを述べあい、議論を深める。

a 「パスカルの三角形」

(a) パスカルの三角形の作る規則について

(b) パスカルの三角形の一つの行の数字を全部足すといくつか

(c) パスカルの三角形の両端以外の数字が偶数になることはあるか

b 1行目が「1」、2行目が「1, 1」、3行目が「2, 1」、4行目が「1, 2, 1」、5行目が「1, 1, 1, 2, 2, 1」…という数字の三角形について

(a) どういう規則で作られているのか

(b) この三角形には3, 4, 5, …は現れることはあるか

c 素数について

(a) 素数が無限個あることの証明 (Euclid の論法)

(b) 別証明 (ゼータ関数との関わり)

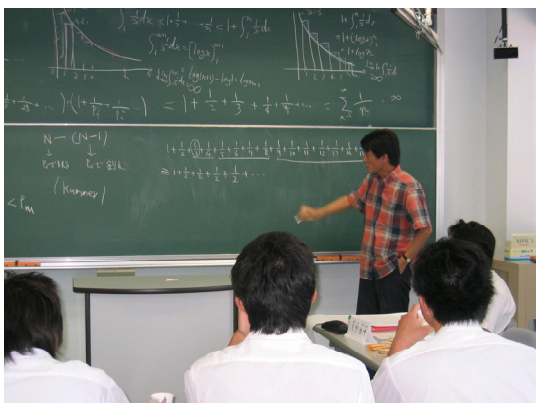
(c)  $4n-1$ 、 $6n-1$  の形の素数が無限個あることの証明



自分の考えを前に出て説明しているところ



発表すべく自分の考えをまとめている様子



$\sum (1/n)$  が発散することを示す松本先生



パスカルの三角形について説明している様子

### (3) 検証

#### ア 事業実施による成果

講義形式の数学アゴラについては、高校生にも理解しやすいように、身近な話題から入り、最先端の研究に結びつけていくことが試みられた。しかし、限られたわずかな時間で高校生がイデアル論やハウスドルフ次元を簡単に理解することはやはり難しい。一方で、大学の数学が大変厳密なもので、議論を矛盾なく押し進めていくものであることは肌で感じ取ることができたと思う。演習形式の一宮高校SSH特別講義については、少人数であることもあって、各自が自分の考え方や解き方を黒板の前でみんなに説明するなど、積極的に取り組むことができた。また、講師の先生の助言も適切で、こちらは参加した生徒全員がよく理解できたし、整数論の不思議な世界を少しであるが垣間見ることができ、整数について興味を持つきっかけになったと思う。

#### イ 事業内容全体の評価

講義形式は、大学の数学とはどのようなものでどのように行われるのか知る絶好の機会である。また、演習形式は、少人数でお互いの考えを述べ合い理解を深めていくという普段の高校の授業ではなかなか得られない貴重な体験ができて有意義であった。

#### ウ 課題

3日間の実施のみで単発的なところが課題である。とりわけ、演習形式は継続的な実施ができればその効果は大きい。