１１６－１　「数学アゴラ」について（数学）

(1)　研究開発の概要

名古屋大学多元数理学科で毎年開講されている数学アゴラに参加させることで高等学校で学ぶ数学とその先にある大学の数学さらに学問としての数学の面白さにふれる機会を持つ。また、数学のかかえる諸問題の解決に向けた取り組みや実際面での応用にふれることで数学のすばらしさを伝える。

(2)　仮説（ねらい・目標）

高等学校の範囲を超えた分野や最先端の研究者の講義を聞くことで科学を研究する興味を持たせる。

講義で理解できなかった事柄を自分で理解する能力を身に着ける。

単なる知識でなく必要性を確認をする。

(3)　研究の方法および内容

ア　対象生徒　名古屋大学数学アゴラ　希望者１１名

イ　平成２０年８月６日（水）～８月８日（金）

ウ　実施内容

第１日　「正多面体と群①」
　　　　「図形をドミノで敷きつめる①」
　　　　「連分数の不思議な世界①」
　　　　「図形をドミノで敷きつめる②」

第２日　「連分数の不思議な世界②」
　　　　「正多面体と群②」
　　　　「連分数の不思議な世界③
　　　　「正多面体と群③」

第３日　「図形をドミノで敷きつめる③」

連分数の不思議な世界（糸　健太郎　准教授）の講義より

連分数というのは分数の分母がまた分数になっていて、またその分母が分数となっていて・・・という入れ子の形をした分数で、特に無理数（２の平方根とか）の連分数表示は無限に続く。また連分数と幾何学との結びつきや身近な無限が潜んでいる様を感じとる。

１　数の分類

実数　有理数　整数　自然数

無理数（Π，$\sqrt{2}$）

有理数　$\frac{p}{q}$ の形

２　連分数

有理数 $\frac{p}{q}$ は次の形に書ける。

$$\frac{p}{q}=a_0+\cfrac{1}{a_1+\cfrac{1}{a_2+\cfrac{1}{}}}$$

これを $\frac{p}{q}$ の連分数表示といい［$a_0,a_1,\cdots,a_n$］とも書く。

例　$\frac{10}{7}=[1,2,3]$　，　$-\frac{10}{7}=[-2,1,1,3]$

3　図形的意味

長方形の紙から正方形を作っていく。

$$\frac{p}{q}=a_0+\cfrac{1}{a_1+\cfrac{1}{a_2+\cfrac{1}{}}}$$

このとき　＝［$a_0,a_1,\cdots,a_n$］が成り立つ。

4　A4の用紙は、１：√２

$$1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}=\frac{17}{12}=1.41667$$

$$\frac{24}{17}=1.411176$$

［１,２,２,３］＝

$\left|\sqrt{2}-\frac{17}{12}\right|=0.0002$　非常に良い近似値である。

ところが　$\left|\sqrt{2}-\frac{141}{100}\right|=0.004$　あまり良い近似値でない。

5　$\sqrt{2}$　の連分数表示

$\sqrt{2}=1+(\sqrt{2}-1)=[1,2,2,2,\cdots]$ となる。

［1,1,1,1,・・・・］の値は　？　黄金比となります。

理由

$$x=1+\frac{1}{x}$$

$x^2-x-1=0$　　$x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

6　T＝$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ の有理数近似

T＝［1,1,1,1,・・・・］

$$\frac{p_0}{q_0} = [\,\mathbf{1}\,] = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1}}$$

$$\frac{p_1}{q_1} = [\,\mathbf{1,1}\,] = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{1}}$$

$$\frac{p_2}{q_2} = [\,\mathbf{1,1,1}\,] = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$$

$$\frac{p_3}{q_3} = [\,\mathbf{1,1,1,1}\,] = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}$$

$$\frac{p_\mathrm{n}}{q_\mathrm{n}} = [\,\mathbf{1,1,1,\cdot\cdots\cdot,1}\,]$$ とおく。

実は $\frac{p_\mathrm{n}}{q_\mathrm{n}} \to \mathrm{T}$ （$\mathrm{n} \to \infty$）

$n \geq 2$ に対して

$p_n = p_{n-1} + p_{n-2}$

定理 $q_n = q_{n-1} + q_{n-2}$ が成り立つ。

7 ファレイ和と「となりあい」

8 フォードの円

9 Tの近似再び

10 $\sqrt{2}$ の近似

(4) 検証（アンケートより）

「正多面体と群」

講義はとても難しい内容で、理解がおぼつかなかった。

多面体については、とても面白かった。

用語、定理の意味が難しすぎて分からなかった。

講義を聴いても何も理解できなかった。

「連分数の不思議な世界」

とても分かりやすく、興味深い内容だった。

もっと知りたいと思った。

理解できて楽しい部分もあった。

「図形をドミノで敷きつめる」

簡単そうだと思ったが、予想に反してとても深い内容で、難しかった。でも黄金比などは、連分数の講義につながることがあって、すごいと思った。

まだ習ってないところがあって分からなかった。

講義の内容を理解できれば楽しかったのだろうが難しすぎて面白さに欠けた。

＜ある生徒の感想（抜粋）＞

夏期の休暇の間に名古屋大学で３日間数学の講義が開かれました。高校生にとっては大変難しい内容でありましたが、実に有意義な３日間となりました。当初私は大学の数学の講義はひたすら図形、数とにらめっこしながら性質、特徴を素朴にやっていくのだろうと考えていました。

しかし、この講義を受けて、数学は電子機械の中枢、今話題の先端技術等に直結しているとわかりました。

また、数学が多面的に物事をとらえ、“形”に表し、最終的には“美しさ”としてとらえる総合的な学問・分野であると認識しました。

(5)　最後に（数学アゴラの講義より）

今回の３つの講義が違った題材を扱っているにもかかわらず共通するもの、例えば黄金比やフィボナッチ数列などが出てくる面白さやいろんな切り口で研究することができることがわかったのではないか。科学における数学の応用性や利用法にわずかにふれることができた。現在またはじきに学習する数列や極限の概念、計算に意欲的に取り組む機会になった。

また「図形をドミノでしきつめる」講義の中では数学 C で扱う行列、行列の積、変換の考え方が基礎となっていることやその応用がさらに情報科学の Matching Problem　や Ice 模型につながるなどパズルとしか思えない数学が必要とされていることに驚いた。