

101 数学オリンピックへの参加

(1) 2008年数学オリンピックへの参加

平成20年1月14日(月:成人の日)名城大学を会場に、数学オリンピック財団の主催で予選が実施された。本校から2年生の3人が参加し、全12問に答えのみを解答する方式で、3時間という長丁場に取り組んだ。事後のアンケートからは、日頃の勉強不足や他校生の頑張りに気づくことが出来たことが伺える。

なお、このうち1名が、2月11日に行われる数学オリンピック本戦への出場が決まった。

2008年日本数学オリンピック予選

(財) 数学オリンピック財団

問 題¹

2008年1月14日 試験時間3時間12題(答のみを記入する)

- 4つの相異なる1桁の正の整数がある。これらの最小公倍数として考えられる最大の値を求めよ。
- 一辺1の正方形 $ABCD$ がある。 AD を直径とする円を O とし、辺 AB 上の点 E を、直線 CE が O の接線となるようにとる。このとき、三角形 CBE の面積を求めよ。
- 太郎君は、1000円札と100円玉と10円玉と1円玉を1枚ずつ持って買い物に行き、ある品物を買って、4枚すべてを支払いに用いた。品物の価格として考えられる値は何通りあるか。
ただし、太郎君は、自分の支払うお金と釣り銭とに共通のものがないような支払い方のうち、釣り銭を渡された後の手持ちのお金の枚数が最小になるようなやり方を選ぶものとする。
なお、釣り銭は枚数が最小になるように渡されるものとする。また、お釣りが0円であることもある。
- 正の整数であって、その正の約数のうち4で割った余りが2でないようなものの総和が1000であるものをすべて求めよ。
- 2, 3, 4, 5, 6の数が書かれたカードが1枚ずつ、合計5枚ある。これらのカードを無作為に横一列に並べたとき、どの $i=1, 2, 3, 4, 5$ に対しても左から i 番目のカードに書かれた数が i 以上となる確率を求めよ。
- 正の整数 n の十進法表記を $n_{(10)}$ で表す。相異なる正の整数 a, b, c は次の条件をすべて満たす。
 - $c_{(10)}$ は $a_{(10)}$ から6を1つ取り除いたものと一致する。
 - $c_{(10)}$ は $b_{(10)}$ から6を1つ取り除いたものと一致する。
 - a と b の桁数は等しく、 a は b の倍数である。 c としてありうる最小のものを求めよ。
- 6桁の平方数の上3桁として考えられるものは全部でいくつあるか。

¹Copyright ©2008 by Mathematical Olympiad Foundation of Japan.
著作権は数学オリンピック財団に帰属します。

8. 8枚の硬貨がすべて表を向いて横一列に並んでいる。
 次の条件をみたす表向きの硬貨を無作為に1枚選んで裏返す。
 条件：その硬貨より右に裏向きの硬貨が1枚もない、もしくは、その硬貨より左に裏向きの硬貨が1枚もない。
 条件をみたす表向きの硬貨がなくなるまでこの操作を続けたとき、裏向きになっている硬貨の枚数の期待値を求めよ。
9. 2008個の実数 $x_1, x_2, \dots, x_{2008}$ があり、 $|x_1| = 999$ であって、2以上2008以下の整数 n に対し $|x_n| = |x_{n-1} + 1|$ が成り立っている。このとき、 $x_1 + x_2 + \dots + x_{2008}$ としてありうる最小の値を求めよ。
10. 2008人の男子と2008人の女子が集まってプレゼント交換をする。男子は花束を、女子はチョコレートプレゼントとして用意し、円形に並べられた椅子に全員が内側を向いて座る。
 このとき、「持っているプレゼントを全員同時に右隣の^{そば}の人に渡す」という動作を何回か繰り返すと、男子全員がチョコレートを、女子全員が花束を持っている状態になった。男子が座っている椅子の組合せとして考えられるものは何通りあるか。
11. 凸四角形 $ABCD$ は、 $AB = BC = 2, CD = 2\sqrt{3}, DA = 2\sqrt{5}$ をみたす。また、 AC, BD の中点をそれぞれ M, N とすると、 $MN = \sqrt{2}$ となる。このとき、四角形 $ABCD$ の面積を求めよ。
 ただし、 XY で線分 XY の長さをあらわすものとする。
12. 正の整数の組 $(n, a_1, a_2, \dots, a_n)$ は $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 2008$ をみたす。 $A_k = a_1 a_2 \dots a_k$ とするとき、 $A_1 + A_2 + \dots + A_n$ のとりうる最大の値を求めよ。

以上

(2) 参加者アンケートより

<問題の感想>

- ・難しかった。学校の授業で扱う問題とは違い、考えさせられる問題が多かったのが良かったと思う。
- ・今思えば、それほど難しい問題ばかりではなかったのかもしれない。後半の問題を見るより、見直しをすればよかった。
- ・過去問より結構簡単な問題が多かった気がする。去年の問題みたいに問題が長いことはなくて、問題の意味は結構理解できたけれど、日頃3時間も続けて勉強することはないので結構きつかった。焦ってミスったのが痛すぎる...

<オリンピック予選に参加してよかったこと>

- ・世の中には、上には上がいることを知ったこと。
- ・難しい問題は探せばたくさんあること。
- ・長い試験を体験できたこと。



参加者たち 会場前にて